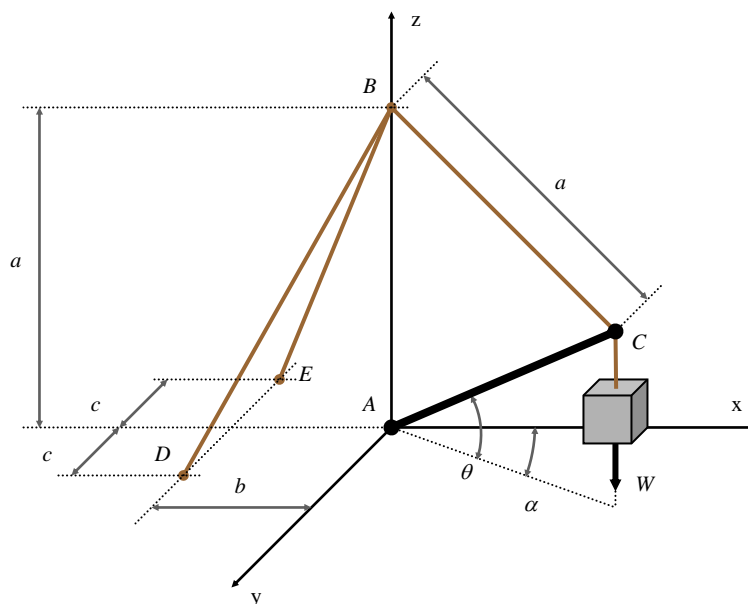


Ejercicio N° 11 - Enunciado

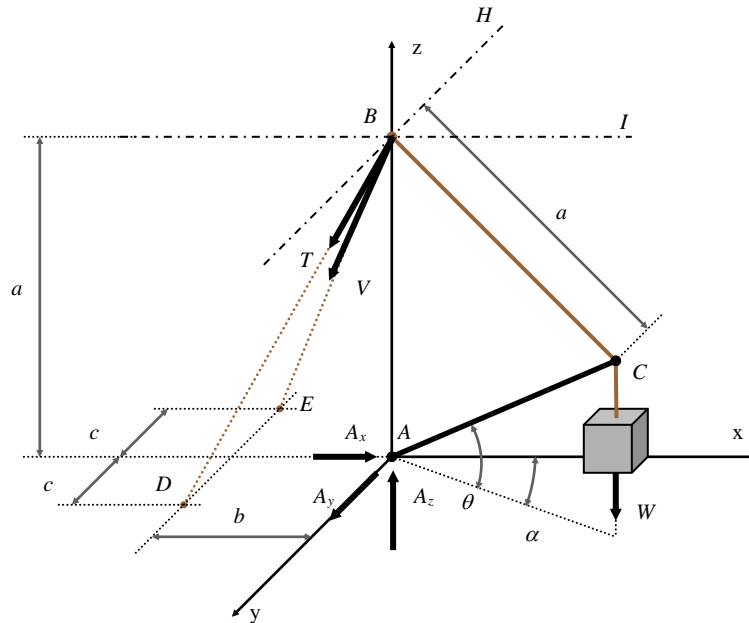
La grúa representada en la figura sostiene una carga W . Se soporta por una apoyo de rótula en A y por cables unidos a los puntos D y E . En la posición ilustrada, la grúa se encuentra en un plano vertical formando su proyección sobre el plano xy un ángulo α con el eje x . Adicionalmente, la grúa forma otro ángulo θ con el plano xy . Determinar la tensión en cada cable DB y EB , así como también las componentes de la reacción en A .



a	b	c	α	θ	W
4 m	3 m	2 m	20°	30°	20 kN

Ejercicio N° 11 – Resolución

En la figura se ilustra el diagrama de cuerpo libre correspondiente. Como las direcciones de las fuerzas ejercidas en B por los cables DB y EB son conocidas, éstas involucran una incógnita cada una, que son las magnitudes T y V , respectivamente. La reacción en A es una fuerza de dirección desconocida y se representa por tres fuerzas componentes A_x , A_y y A_z .



Las componentes de T son:

$$T_x = -T \cdot \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}}$$

$$T_y = T \cdot \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}}$$

$$T_z = -T \cdot \frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}}$$

y las componentes de V :

$$V_x = -V \cdot \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}}$$

$$V_y = -V \cdot \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}}$$

$$V_z = -V \cdot \frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}}$$

Las ecuaciones de equilibrio correspondientes son:

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0$$

$$A_y \cdot a - W \cdot a \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\theta) = 0$$

$$A_y = \frac{W \cdot a \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\theta)}{a} = W \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\theta) = 20 \cdot \sin(20^\circ) \cdot \cos(30^\circ)$$

$$A_y = 5,92 \cdot \text{kN}$$

$$\sum_{i=1}^n M_H = 0$$

$$A_x \cdot a - W \cdot a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\theta) = 0$$

$$A_x = \frac{W \cdot a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\theta)}{a} = W \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\theta) = 20 \cdot \cos(20^\circ) \cdot \cos(30^\circ)$$

$$A_x = 16,28 \cdot kN$$

$$\sum_{i=1}^n P_{ix} = 0$$

$$A_x + T_x + V_x = A_x - T \cdot \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} - V \cdot \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} = A_x - \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} \cdot (T + V) = 0$$

$$T + V = \frac{A_x \cdot \sqrt{b^2 + c^2 + a^2}}{b} = \frac{16,28 \cdot \sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2}}{3} = 29,22$$

$$\sum_{i=1}^n P_{iy} = 0$$

$$A_y + T_y + V_y = A_y + T \cdot \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} - V \cdot \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} = A_y + \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} \cdot (T - V) = 0$$

$$V - T = \frac{A_y \cdot \sqrt{b^2 + c^2 + a^2}}{c} = \frac{5,92 \cdot \sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2}}{2} = 15,94$$

T y V pueden hallarse simultáneamente de las dos ecuaciones siguientes:

$$T + V = 29,22$$

$$V - T = 15,94$$

Sumando ambas ecuaciones miembro a miembro se llega a que:

$$2 \cdot V = 29,22 + 15,94 = 45,16$$

$$V = 22,58 \cdot kN$$

Luego puede despejarse T :

$$T = V - 15,94 = 6,64 \cdot kN$$

$$T = 6,64 \cdot kN$$

Finalmente,

$$\sum_{i=1}^n P_{iz} = 0$$

$$A_z + T_z + V_z - W = A_z - T \cdot \frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} - V \cdot \frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} - W = 0$$

$$A_z = T \cdot \frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} + V \cdot \frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} + W = \frac{a}{\sqrt{b^2 + c^2 + a^2}} \cdot (T + V) + W = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2}} \cdot (6,64 + 22,58) + 20$$

$$A_z = 41,70 \cdot kN$$